

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 11 » ноября 2021 г.



Фонд оценочных средств по дисциплине

Дискретная математика

Направление подготовки

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

код и наименование направления подготовки

Искусственный интеллект и разработка программных продуктов

наименование профиля подготовки

ФОС составил(и):

канд. техн. наук, доцент,
доцент кафедры программной инженерии

А.М. Бабанов

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры программной инженерии

О.А. Змеев

Фонд оценочных средств одобрен на заседании учебно-методической комиссии
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор

С.П. Сущенко

Фонд оценочных средств (ФОС) является элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ФОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины и включает в себя набор оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	ОР-1.1.1. Знать теорию множеств, булеву алгебру	Имеет общее представление о теории множеств, булевой алгебре, знает особенности их применения	Имеет общее представление о теории множеств, булевой алгебре	Имеет слабое представление о теории множеств, булевой алгебре	Не имеет представления о теории множеств, булевой алгебре
		ОР-1.1.2. Знать теорию бинарных отношений	Имеет общее представление о теории бинарных отношений, знает особенности ее применения	Имеет общее представление о теории бинарных отношений	Имеет слабое представление о теории бинарных отношений	Не имеет представления о теории бинарных отношений

		ОР-1.1.3. Знать теорию булевых функций	Имеет общее представление о теории булевых функций, знает особенности ее применения	Имеет общее представление о теории булевых функций	Имеет слабое представление о теории булевых функций	Не имеет представления о теории булевых функций
	ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	ОР-1.2.1. Уметь производить эквивалентные преобразования выражений	Умеет безошибочно производить эквивалентные преобразования выражений	Умеет производить эквивалентные преобразования выражений, но допускает незначительные ошибки	Допускает серьезные ошибки в эквивалентных преобразованиях выражений	Не имеет представления об эквивалентных преобразованиях выражений
		ОР-1.2.2. Уметь определять вид бинарных отношений	Умеет безошибочно определять вид бинарных отношений	Умеет определять вид бинарных отношений, но допускает незначительные ошибки	Допускает серьезные ошибки при определении вида бинарных отношений	Не умеет определять вид бинарных отношений
	ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент	ОР-1.3. Уметь определять нормальные формы булевых функций	Умеет безошибочно определять нормальные формы булевых функций	Умеет определять нормальные формы булевых функций, но допускает незначительные ошибки	Допускает серьезные ошибки в определении нормальных форм булевых функций	Не имеет представления о нормальных формах булевых функций

2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

Компетенции, формируемые в результате обучения дисциплине «Дискретная математика», при текущем контроле проверяются все сразу на основе материала изучаемых в течение семестра тем лекционных и практических занятий.

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Контролируется на основе материала Те-мы 1, Темы 2, Темы 3, Темы 4, Темы 5	ОПК-1	1. Контрольная работа № 1. 2. Контрольная работа № 2. 3. Контрольная работа № 3.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Примеры заданий к контрольной работе 1:

Тема 1

1. Поставьте все возможные подходящие знаки отношений между множествами ($=, \subseteq, \supseteq, \neq, \subset, \supset$):

$\{\}$	\emptyset
$\{0\}$	\emptyset
$\{\emptyset\}$	\emptyset
$\{a, b, c, \}$	$\{a, c, d\}$
$\{a, b, c, \}$	$\{a, c\}$
$\{a, b, c, \}$	$\{a, b, c, d\}$
$\{a, b, c, \}$	$\{a, b, c\}$
$\{a, b, c, \}$	\emptyset

2. Определить истинностные значения формул в указанных интерпретациях:

$p \wedge (q \rightarrow r)$ в интерпретации: $p = 1; q = 0; r = 1$

$p \leftrightarrow q \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0; q = 0; r = 0$

$p \leftrightarrow q \vee r$ в интерпретации: $p = 1; q = 1; r = 1$

$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0; q = 1; r = 0$

$p \vee q \rightarrow r$ в интерпретации: $p = 0; q = 1; r = 1$

3. Показать общезначимость или противоречивость или нейтральность формул через их интерпретации:

$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$

$(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \neg q$

$(p \rightarrow q) \wedge p$

$(p \rightarrow q) \vee p \wedge \neg q$

4. Показать эквивалентность или неэквивалентность формул через их интерпретации:

$p \rightarrow q$ и $\neg p \vee q$

$p \leftrightarrow q$ и $\neg p \wedge \neg q \vee p \wedge q$

$p \rightarrow q$ и $p \wedge \neg q$

$p \leftrightarrow q$ и $\neg p \rightarrow q$

$p \rightarrow q \vee p \wedge \neg q$ и $\neg p \wedge \neg q \vee p \wedge q$

5. Доказать эквивалентность формул с помощью законов

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ и $(p \rightarrow q \wedge r)$

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow q \rightarrow p \wedge q & \text{и} \quad (\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\ p \wedge q \wedge (\neg p \vee \neg q) & \text{и} \quad \neg p \wedge \neg q \wedge (p \vee q) \end{array}$$

6. Указать формулы, эквивалентные формуле $p \leftrightarrow q$ (провести для этого ее эквивалентные преобразования):

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) \\ & (\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p) \\ & (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\ & (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \\ & (\neg p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow p) \\ & \neg(p \vee q) \vee (q \wedge p) \end{aligned}$$

7. Доказать с использованием логики равенства множеств

$$\begin{aligned} A \cap A &= A \\ A \cup A &= A \\ (A \cap B) \cup A &= A \\ (A \cup B) \cap A &= A \\ A \cup B) \cap (A \cup B) &= A \end{aligned}$$

8. Упростить выражения с использованием алгебраических свойств операций над множествами

$$\begin{aligned} & (A \cup B) \cap (A \cap B) \\ & (A \cap B) \cup (A \cup B) \end{aligned}$$

Тема 3

9. Получить Декартово произведение множеств $\{1,2,3,4\}$ и $\{a,b,c\}$

10. Получить пересечение $(A \times B) \cap (B \times A)$

$$\begin{aligned} A &= \{1,2,3,4\} \\ B &= \{1,2,5,6,3\} \end{aligned}$$

11. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Построить:

- $S_2(A)$
- $P_2(A)$
- $P(A)$
- $C_3(A)$

Примеры заданий к контрольной работе 2:

Тема 4

1. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R \subseteq M \times M$ и $R = \{<1,3>, <2,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <4,5>\}$.

Построить:

- матрицу отношения R
- граф отношения R

2. Даны множества $M = \{3, 4, 5, 6\}$ и $L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Определить, является ли соответствие $R \subseteq M \times L$, определяемое отношением $R = \{<3,1>, <4,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <6,6>\}$ отображением, сюръекцией, инъекцией и биекцией (для этого использовать определения понятий). Если это отображение, является ли оно функцией? Построить граф отношения R .

3. При заданных $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и отношениях $A = \{<1,3>, <2,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <4,5>\}$ и $B = \{<3,1>, <4,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <5,4>\}$ выполнить следующие операции (манипуляциями с самими кортежами):

$$A \cap B$$

$A \cup B$
 AB
 BA
 A^{-1}

4. При заданном $U = \{1, 2, 3, 4\}$ и отношении $A = \{<1,2>, <2,2>, <2,3>, <3,4>\}$ построить \hat{A} (манипуляциями с самими кортежами).
5. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и отношение $A = \{<3,3>, <2,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <2,2>, <1,1>, <3,4>, <1,2>\}$. Определить, является ли A рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, асимметричным, транзитивным, антитранзитивным
 - а) проверкой соответствующего логического условия на кортежи;
 - б) по виду матрицы;
 - в) по виду графа.
6. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и отношение $A = \{<3,3>, <2,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <2,2>, <1,1>, <3,4>, <1,2>\}$. Определить, является ли A отношением эквивалентности
 - а) проверкой соответствующего логического условия на кортежи;
 - б) по виду матрицы;
 - в) по виду графа.
7. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и отношение $A = \{<3,3>, <2,1>, <4,3>, <4,4>, <5,5>, <2,2>, <1,1>, <3,4>, <1,2>\}$. Определить фактор-множество множества M по отношению A .
8. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и отношение эквивалентности $\Theta = \{<1,3>, <6,5>, <3,3>, <2,1>, <5,6>, <4,5>, <4,4>, <2,3>, <6,4>, <5,5>, <2,2>, <1,1>, <5,4>, <3,1>, <4,6>, <1,2>, <6,6>, <3,2>\}$. Определить все варианты отношений "быть эталоном" \mathcal{E} , для каждого варианта проверить, что $\Theta = \mathcal{E}^{-1}\mathcal{E}$ (манипуляциями с кортежами, с матрицами, с дугами графа).
9. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и отношение $A = \{<1,3>, <1,5>, <3,3>, <2,1>, <5,1>, <4,5>, <4,4>, <2,3>, <1,4>, <5,5>, <2,2>, <1,1>, <5,4>, <3,1>, <4,1>, <1,2>, <3,2>\}$. Определить, является ли отношение толерантностью. Если «да», определить его классы толерантности. Построить граф отношения A .
 \hat{A}
 Получить A . Убедиться, что A – отношение эквивалентности.
10. Упростить ЗНП:
 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
 $\mathcal{R} = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{b\} [3]\}$.
11. Упростить ЗНП:
 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
 $\mathcal{R} = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{f\} [3]\}$.
12. Упростить ЗНП:
 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
 $\mathcal{R} = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c, f\} [3], \{c, e, f\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{b\} [3]\}$.
13. Решить ЗНР и ЗНП:
 $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $\mathcal{R} = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{b\} [3]\}$.
14. Решить ЗНР:
 $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $\mathcal{R} = \{\{a, b, c\} [5], \{a, c\} [3], \{c, e\} [5], \{b, e, d\} [3], \{c, d\} [3], \{a, d\} [2], \{e, d\} [2], \{b\} [2]\}$.
15. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ и отношение $A = \{<3,1>, <7,3>, <7,1>, <7,4>, <8,4>, <4,2>, <4,1>, <8,1>, <8,2>, <8,5>, <5,2>, <7,2>, <6,2>, <9,2>, <9,5>, <9,6>\}$. Определить,

является ли А
 рефлексивным,
 антирефлексивным,
 симметричным,
 антисимметричным,
 асимметричным,
 транзитивным,
 антитранзитивным;
 эквивалентностью,
 отношением «быть эталоном»,
 толерантностью,
 строгим порядком,
 совершенным строгим порядком,
 нестрогим порядком,
 совершенным нестрогим порядком,
 древесным порядком.

Если А является порядком, определить его минимальные и максимальные элементы, его наименьший и наибольший элементы, а также его редукцию.

16. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и отношение $A = \{<4,2>, <3,2>, <5,1>, <6,3>, <4,4>, <5,2>, <6,1>, <6,6>, <5,4>, <6,2>, <1,1>, <4,1>, <4,3>, <5,5>, <1,2>, <5,6>, <2,2>, <5,3>, <3,3>\}$.

Определить, является ли А

строгим порядком,
 совершенным строгим порядком,
 нестрогим порядком,
 совершенным нестрогим порядком,

Если А является порядком, определить его минимальные и максимальные элементы, его наименьший и наибольший элементы.

Пусть $B1 = \{1, 3, 6\}$. Определить верхние и нижние грани В, $\sup B$ и $\inf B$.

Нарисовать диаграмму Хассе для М.

Определить, является ли $\langle A, M \rangle$ решеткой, дистрибутивной решеткой, ограниченной решеткой, решеткой с дополнениями, решеткой с единственным дополнением.

Примеры заданий к контрольной работе 3:

Тема 5

1. Построить таблицы истинности и вектора значений для функций, заданных формулами:

$$F1 = xy \rightarrow (y \vee z);$$

$$F2 = x \rightarrow y \vee (x \rightarrow z);$$

$$F3 = y \oplus (\bar{x} \vee z) (y \leftrightarrow z);$$

$$F4 = x (x \downarrow y) \vee (y \downarrow z);$$

$$F5 = (x \oplus y \downarrow (y \oplus z)) \bar{y} z;$$

$$F6 = x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz.$$

2. Найти и удалить фиктивные переменные следующих булевых функций:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

3. Проверить равносильности с помощью таблиц функций:

1) $x \vee (y \leftrightarrow z) = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z);$

2) $x \rightarrow (y \leftrightarrow z) = (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z);$

- 3) $x(y \leftrightarrow z) = xy \leftrightarrow xz$;
 4) $x \rightarrow (y \vee z) = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$;
 5) $x \oplus (y \rightarrow z) = (x \oplus y) \rightarrow (x \oplus z)$;
 6) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$.

4. Проверить, являются ли формулы тождественно истинными или тождественно ложными:

$$F1 = x \rightarrow yz \vee \bar{y} \vee \bar{z};$$

$$F2 = (x \oplus z)(xy \leftrightarrow z) \rightarrow y;$$

$$F3 = (x \oplus y \downarrow (y \oplus z)) \bar{y} z;$$

$$F4 = x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz.$$

5. Найти разложение Шеннона по указанным подмножествам переменных следующих функций:

$$f1(x, y, z) = \bar{y} \rightarrow x \bar{y} \bar{z} \vee (x \vee z) \quad \text{по } \{x\} \text{ и } \{y, z\}$$

$$f2(x, y, z, t) = (yt \oplus z) \rightarrow x \bar{t} \vee \bar{x} \quad \text{по } \{x\} \text{ и } \{y, z, t\}$$

$$f3(x, y, z) = x \oplus yz \rightarrow (x \leftrightarrow z) \quad \text{по } \{x\} \text{ и } \{x, y, z\}$$

$$f4(x, y, z, t) = (x \rightarrow zt) \oplus (x \vee y \vee z) \quad \text{по } \{x, y\} \text{ и } \{z, t\}$$

Показать равносильность полученных формул.

6. Построить совершенные ДНФ и совершенные КНФ функций:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

Проверить результаты, раскрыв скобки в совершенных КНФ и построив затем таблицы истинности.

7. Построить ДНФ по формулам F1 – F4 и проверить правильность вычислений построением таблиц истинности:

$$F1 = x \rightarrow yz \vee \bar{y} \vee \bar{z},$$

$$F2 = (x \oplus z)(xy \leftrightarrow z) \rightarrow y,$$

$$F3 = (x \oplus y \downarrow (y \oplus z)) \bar{y} z,$$

$$F4 = x \downarrow y \downarrow (y \downarrow z) \rightarrow xz.$$

8. Преобразовать ДНФ1 – ДНФ4 в совершенные ДНФ:

$$\text{ДНФ1} = xt \vee yzt \vee x \bar{y} \bar{t};$$

$$\text{ДНФ2} = xy \vee xz \vee \bar{x} \bar{y};$$

$$\text{ДНФ3} = xt \vee yt \vee x \bar{y};$$

$$\text{ДНФ4} = xyzt \vee \bar{x} y \vee x \bar{y} \bar{z}.$$

Представить полученные СДНФ в виде полинома Жегалкина.

9. Алгоритмом Квайна-МакКласки найти сокращенные ДНФ булевых функций, заданных таблично:

x	y	z	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1

0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

10. Алгоритмом Блейка-Порецкого найти сокращенные ДНФ булевых функций:

$$\text{ДНФ1} = xt \vee yzt \vee x \bar{y} t;$$

$$\text{ДНФ2} = xy \vee x \bar{z} \vee \bar{x} y;$$

$$\text{ДНФ3} = x \bar{y} t \vee yt \vee x \bar{y} z;$$

$$\text{ДНФ4} = xy \bar{z} t \vee \bar{x} y \vee x \bar{y} \bar{z}.$$

Для полученных сокращенных ДНФ построить таблицу Квайна и определить кратчайшие и минимальные ДНФ булевых функций.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине. Контрольные вопросы к экзамену формируются из заданий к контрольным работам 1-3.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Для оценки контрольных работ используется расширенная шкала оценивания, приведенная ниже в таблице.

Оценка	Форма записи прописью	Численное значение	Критерий оценивания	Перевод в традиционную шкалу
5+	Отл-плюс	5,3	Обучающийся показал творческое отношение к обучению, в совершенстве овладел всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки в работе с программными продуктами.	Отлично
5	Отлично	5,0	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки в работе с программными продуктами.	
5-	Отл-минус	4,7	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки в работе с программными продуктами.	
4+	Хор-плюс	4,3	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в работе с программными продуктами.	Хорошо
4	Хорошо	4,0		
4-	Хор-минус	3,7		
3+	Уд-плюс	3,3	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки в	Удовлетворительно
3	Удовл.	3,0		

			работе с программными продуктами.	
3-	Уд-минус	2,7	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки в работе с программными продуктами. Минимально возможный допустимый уровень владения предметом.	
2+	Неуд-плюс	0	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, но с возможностью повторной пересдачи экзамена	Неудовлетворительно
2	Неудовл.	0	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками в работе с программными продуктами, требуется повторное изучение дисциплины	

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Для оценки итогов экзамена используется расширенная шкала оценивания, приведенная в таблице выше.

Оценка за промежуточную аттестацию по дисциплине выставляется как среднеарифметическая по итогам текущего контроля успеваемости и экзамена (сдается по желанию студента для улучшения оценки).

Для оценки промежуточной аттестации используется традиционная шкала оценивания. Перевод из расширенной шкалы в традиционную приведен в таблице выше.